Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

NS 24F	الموضوع	sssssssssssssssssss-sss
المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز 4h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	المعامل 9

CONSIGNES :

- La durée de l'épreuve est de 4 heures.
- L'épreuve comporte cinq exercices indépendants.
- Les exercices peuvent être traités selon l'ordre choisi par le candidat.

- L'EXERCICE1 se rapporte à l'analyse ……..……..…(7.75 pts)
- L'EXERCICE2 se rapporte à l'analyse ……..……..…(2.25 pts)
- L'EXERCICE3 se rapporte aux nombres complexes.....….(3.5 pts)
- L'EXERCICE4 se rapporte à l'arithmétique ……..…..(3 pts)
- L'EXERCICE5 se rapporte aux structures algébriques.....(3.5 pts)

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé

L'usage de la couleur rouge n'est pas autorisé

لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamidi.com

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

EXERCICE1 :(7.75 points)

Partie I

0.5 1- a) Montrer que : $\forall t \in [0,+\infty[$; $\dfrac{4}{(2+t)^2} \le \dfrac{1}{1+t} \le \dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{1}{(1+t)^2}\right)$

0.5 b) En déduire que : $\forall x \in [0,+\infty[$; $\dfrac{2x}{2+x} \le ln(1+x) \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x^2+2x}{1+x}\right)$

2- Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{ln(1+x)}{x}$$

0.5 Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{g(x)-1}{x} = \dfrac{-1}{2}$

Partie II

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0,+\infty[$ par :

$$f(0)=1 \text{ et } \forall x \in]0,+\infty[\ ; \ f(x) = g(x)e^{-x}$$

On note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

0.5 1- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

0.25 2- a) Montrer que f est continue à droite en 0

0.25 b) Vérifier que : $\forall x \in]0,+\infty[$; $\dfrac{f(x)-1}{x} = \left(\dfrac{e^{-x}-1}{x}\right)g(x) + \left(\dfrac{g(x)-1}{x}\right)$

0.5 c) En déduire que f est dérivable à droite en 0 et déterminer $f'_d(0)$

3- Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[$ puis que :

0.75

$$\forall x \in]0,+\infty[\ ; \ f'(x) = \frac{x-(1+x)^2 ln(1+x)}{x^2(1+x)}e^{-x}$$

0.5 4- a) Montrer que : $\forall x \in]0,+\infty[$; $-\dfrac{3}{2} < \dfrac{x-(1+x)^2\ln(1+x)}{x^2(1+x)} < 0$

0.25 b) En déduire que : $\forall x \in]0,+\infty[$; $-\dfrac{3}{2} < f'(x) < 0$

0.25 5- a) Dresser le tableau de variations de f

0.75 b) Construire la courbe (C) en faisant apparaître la demi-tangente à droite au point d'abscisse 0. (On prendra $\left\|\vec{i}\right\| = 2\text{cm}$)

Partie III

0.5 1- Montrer que l'équation d'inconnue x : $f(x) = 3x$, admet une unique solution α dans $]0,+\infty[$

2- Soient $\beta \in \mathbb{R}^+$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par :

Talamidi.com : لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

$$u_0=\beta \text{ et } \forall n\in \mathrm{N}\ ;\ u_{n+1}=\frac{1}{3}f(u_n)$$

0.5 a) Montrer que : $\forall n\in \mathrm{N}\ ;\ u_n\geq 0$

0.5 b) Montrer que : $\forall n\in \mathrm{N}\ ;\ |u_{n+1}-\alpha|\leq \frac{1}{2}|u_n-\alpha|$

0.5 c) Montrer par récurrence que : $\forall n\in \mathrm{N}\ ;\ |u_n-\alpha|\leq \frac{1}{2^n}|\beta-\alpha|$

0.25 d) En déduire que la suite $(u_n)_{n\in \mathrm{N}}$ converge vers α

EXERCICE2 : (2.25 points)

On considère la fonction numérique : $x\mapsto e^x$ et soit (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

Pour tout $n\in \mathrm{N}^*$ et pour tout $k\in\{0;1;...;n\}$, on note M_k le point de la courbe (Γ) de coordonnées $\left(\frac{k}{n}\ ;\ e^{\frac{k}{n}}\right)$

0.5 1- a) Montrer que : $\forall k\in\{0;1;...;(n-1)\}\ \exists c_k\in\left]\frac{k}{n};\frac{k+1}{n}\right[$ tel que : $e^{\frac{k+1}{n}}-e^{\frac{k}{n}}=\frac{1}{n}e^{c_k}$

0.25 b) Montrer que : $\forall k\in\{0;1;...;(n-1)\}\ ;\quad M_kM_{k+1}=\frac{1}{n}\sqrt{1+e^{2c_k}}$

(M_kM_{k+1} désigne la distance de M_k à M_{k+1})

0.5 c) En déduire que : $\forall k\in\{0;1;...;(n-1)\}\ ;\quad \frac{1}{n}\sqrt{1+e^{\frac{2k}{n}}}\leq M_kM_{k+1}\leq \frac{1}{n}\sqrt{1+e^{\frac{2(k+1)}{n}}}$

2- Soit $(S_n)_{n\in \mathrm{N}^*}$ la suite numérique définie par : $\forall n\in \mathrm{N}^*\ ;\ S_n=\sum_{k=0}^{n-1}M_kM_{k+1}$

0.5 a) Vérifier que : $\forall n\in \mathrm{N}^*\ ;\quad \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\sqrt{1+e^{\frac{2k}{n}}}\leq S_n\leq \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\sqrt{1+e^{\frac{2k}{n}}}$

0.5 b) En déduire que : $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\int_0^1\sqrt{1+e^{2x}}dx$

EXERCICE3 :(3.5 points)

On considère le nombre complexe : $u=1+\left(2-\sqrt{3}\right)i$

0.5 1- a) Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes : $1-i$ et $1+\sqrt{3}i$

0.25 b) Montrer que : $\frac{(1-i)\left(1+\sqrt{3}i\right)}{2\sqrt{2}}=e^{i\frac{\pi}{12}}$

0.25 c) En déduire que : $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)=2-\sqrt{3}$

0.5 d) Montrer que : $u=(\sqrt{6}-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$

Talamidi.com : لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

2- On considère les deux suites numériques $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par :

$$x_0=1\ ,\quad y_0=0\quad \text{et}\quad (\forall n\in\mathbb{N})\quad ;\quad \begin{cases} x_{n+1}=x_n-\left(2-\sqrt{3}\right)y_n \\ y_{n+1}=\left(2-\sqrt{3}\right)x_n+y_n \end{cases}$$

0.5 a) Montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $x_n+iy_n=u^n$

0.5 b) En déduire que pour tout $n\in\mathbb{N}$: $x_n=\dfrac{\cos\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)^n}$ et $y_n=\dfrac{\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)}{\left(\cos\frac{\pi}{12}\right)^n}$

3- Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$

Pour tout entier naturel n, on note A_n le point d'affixe u^n

0.5 a) Déterminer les entiers n pour lesquels les points O, A_0 et A_n sont alignés.

0.5 b) Montrer que pour tout entier n , le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_n

EXERCICE4 :(3 points)

Soit p **un nombre premier impair**. On considère dans $\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $x^2\equiv 2\ [p]$

0.25 1- a) Montrer que : $2^{p-1}\equiv 1\ [p]$

0.25 b) En déduire que : $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ [p]$ ou $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv -1\ [p]$

(On remarque que : $(2^{\frac{p-1}{2}}-1)(2^{\frac{p-1}{2}}+1)=2^{p-1}-1$)

2- Soit x une solution de l'équation (E)

0.5 a) Montrer que p et x sont premiers entre eux.

0.5 b) En déduire que : $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ [p]$ (On pourra utiliser le théorème de Fermat)

0.25 3- Montrer que pour tout $k\in\{1,2,...,p-1\}$, p divise C_p^k

(On rappelle que : $(\forall k\in\{1,2,...,p-1\})\quad C_p^k=\dfrac{p!}{k!(p-k)!}$ et que : $kC_p^k=pC_{p-1}^{k-1}$)

0.25 4-a) En utilisant la formule de Moivre, montrer que :

$$(1+i)^p=2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\frac{\pi}{4}\right)+i2^{\frac{p}{2}}\sin\left(p\frac{\pi}{4}\right)$$

(i étant le nombre complexe tel que : $i^2=-1$)

0.5 b) On admet que : $(1+i)^p=\sum_{k=0}^{k=\frac{p-1}{2}}(-1)^k C_p^{2k}+i\sum_{k=0}^{k=\frac{p-1}{2}}(-1)^k C_p^{2k+1}$

Montrer que : $2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\frac{\pi}{4}\right)\in\mathbb{Z}$ et $2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\frac{\pi}{4}\right)\equiv 1\ [p]$ (on pourra utiliser la question3-)

0.5 5- En déduire que si $p\equiv 5\ [8]$ alors l'équation (E) n'admet pas de solution dans $\mathbb{Z}$

Talamidi.com : لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

EXERCICE5 : (3.5 points)

On rappelle que $(M_2(\mathbb{R}),+,\times)$ est un anneau non commutatif de zéro la matrice $O=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ et d'unité la matrice $I=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, et que $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$ est un espace vectoriel réel.

On considère l'ensemble $E=\left\{M(x,y)=\begin{pmatrix}x+y&y\\2y&x-y\end{pmatrix}/(x,y)\in\mathbb{R}^2\right\}$

Partie I :

0.5 1- Montrer que E est un sous-groupe de $(M_2(\mathbb{R}),+)$

0.25 2- Montrer que E est un sous- espace vectoriel de $(M_2(\mathbb{R}),+,.)$

0.25 3- a) Vérifier que : $\forall(x,y,x',y')\in\mathbb{R}^4$; $M(x,y)\times M(x',y')=M(xx'+3yy',xy'+yx')$

0.5 b) En déduire que $(E,+,\times)$ est un anneau commutatif et unitaire.

0.25 4- a) Vérifier que : $M(\sqrt{3},1)\times M(-\sqrt{3},1)=O$

0.25 b) En déduire que $(E,+,\times)$ n'est pas un corps.

Partie II :

Soient $F=\left\{x+y\sqrt{3}\ /\ (x,y)\in\mathbb{R}^2\right\}$ et $G=\left\{M(x,y)=\begin{pmatrix}x+y&y\\2y&x-y\end{pmatrix}/(x,y)\in\mathbb{R}^2\right\}$

0.25 1- Montrer que : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2$; $x+y\sqrt{3}=0$ si et seulement si $(x=0$ et $y=0)$

0.25 2- Montrer que $F-\{0\}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{R}^*,\times)$

3- Soit φ l'application définie de $F-\{0\}$ vers E par :

$$\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}\ ;\ \varphi\left(x+y\sqrt{3}\right)=M(x,y)$$

0.25 a) Vérifier que : $\varphi(F-\{0\})=G-\{O\}$

0.25 b) Montrer que φ est un homomorphisme de $(F-\{0\},\times)$ vers $(E,\times)$

0.25 c) En déduire que $(G-\{O\},\times)$ est un groupe commutatif.

0.25 4- Montrer que $(G,+,\times)$ est un corps commutatif.

FIN

Talamidi.com : لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة العادية 2023

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

NR 24F	عناصر الإجابة	ssssssssssssssssssss-sss
المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز: 4h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	المعامل: 9

EXERCICE1			Éléments de réponses	Barème
I	1-	a)	Double inégalité.	0.25x2
		b)	Double inégalité.	0.25x2
	2-		$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \dfrac{g(x)-1}{x} = \dfrac{-1}{2}$	0.5
II	1)		Calcul de $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ……..	0.25
			Interprétation graphique……	0.25
	2)	a)	Continuité de f à droite en 0	0.25
		b)	Vérification de l'égalité.	0.25
		c)	Déduction et calcul de $f'_d(0)$	0.25x2
	3)		Dérivabilité de f sur $]0,+\infty[$ ……..	0.25
			$\forall x \in]0,+\infty[$; $f'(x) = \dfrac{x-(1+x)^2 ln(1+x)}{x^2(1+x)} e^{-x}$ ……..	0.5
	4)	a)	Démonstration de la double inégalité.	0.25x2
		b)	Déduction de l'encadrement de $f'(x)$ sur $]0,+\infty[$	0.25
	5)	a)	Tableau de variation de f .	0.25
		b)	Construction de la courbe (C)……	0.5
			La demi-tangente à droite au point d'abscisse 0……	0.25
III	1)		L'existence et l'unicité de α	0.5
	2)	a)	Démonstration de : $\forall n \in \mathrm{N}$; $u_n \geq 0$	0.5
		b)	Application du TAF ou de l'inégalité des accroissements finis.	0.5
		c)	Démonstration par récurrence.	0.5
		d)	Convergence de $(u_n)_{n\in\mathrm{N}}$ vers α	0.25

Talamidi.com : لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2023 – عناصر الإجابة
- مادة: الرياضيات- شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

EXERCICE2		Éléments de réponses	Barème
1)	a)	Application du théorème des accroissements finis.	0.5
	b)	Calcul de la distance M_kM_{k+1}	0.25
	c)	Double inégalité.	0.25x2
2)	a)	Double inégalité.	0.25x2
	b)	Déduction de $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.	0.5

EXERCICE3		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	La forme exponentielle de $1-i$ …… La forme exponentielle de $1+\sqrt{3}i$ ……...	0.25 0.25
	b)	Démonstration de l'égalité : $e^{i\frac{\pi}{12}}=\dfrac{(1-i)\left(1+\sqrt{3}i\right)}{2\sqrt{2}}$	0.25
	c)	Déduction de l'égalité : $\tan\dfrac{\pi}{12}=2-\sqrt{3}$	0.25
	d)	Démonstration de l'égalité : $u=(\sqrt{6}-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{12}}$	0.5
2-	a)	Démonstration par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N}$, $x_n+iy_n=u^n$	0.5
	b)	Déduction des expressions de x_n et y_n	0.25x2
3-	a)	Détermination des entiers n pour lesquels les points O, A_0 et A_n sont alignés.	0.5
	b)	Démonstration que pour tout entier n , le triangle OA_nA_{n+1} est rectangle en A_n	0.5

EXERCIC4		Éléments de réponses	Barème
1-	a)	Démonstration de $2^{p-1}\equiv 1\ [p]$	0.25
	b)	Déduction de : $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ [p]$ ou $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv -1\ [p]$.	0.25
2-	a)	Démonstration que p et x sont premiers entre eux.	0.5
	b)	Déduction de : $2^{\frac{p-1}{2}}\equiv 1\ [p]$	0.5
3-		Démonstration de p divise C_p^k pour tout $k\in\{1,2,...,p-1\}$	0.25
4-	a)	Démonstration de l'égalité en utilisant la formule de Moivre.	0.25
	b)	Démonstration de : $2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\dfrac{\pi}{4}\right)\in\mathbb{N}$ et $2^{\frac{p}{2}}\cos\left(p\dfrac{\pi}{4}\right)\equiv 1[p]$	0.25x2
5-		Déduction	0.5

لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamidi.com

Talamidi.com تم تحميل هدا الملف من الموقع

EXERCICE5			Éléments de réponses	Barème
I	1-		Démonstration que E est un sous-groupe de $(M_2(\square),+)$	0.5
	2-		Démonstration que E est un sous- espace vectoriel de $(M_2(\square),+,.)$	0.25
	3-	a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		b)	Déduction que $(E,+,\times)$ est un anneau commutatif et unitaire.	0.5
	4-	a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		b)	Déduction que $(E,+,\times)$ n'est pas un corps.	0.25
II	1-		Démonstration de l'équivalence.	0.25
	2-		Démonstration que $F-\{0\}$ est un sous-groupe de $(\square^*,\times)$	0.25
	3-	a)	Vérification de l'égalité.	0.25
		b)	Démonstration que φ est un homomorphisme de $(F-\{0\},\times)$ vers $(E,\times)$	0.25
		c)	Déduction que $(G-\{O\},\times)$ est un groupe commutatif.	0.25
	4-		Démonstration que $(G,+,\times)$ est un corps commutatif.	0.25

لتحميل المزيد من الملفات قم بزيارة الموقع : Talamidi.com